

PROVA SCRITTA DI PROBABILITÀ E STATISTICA - 09.09.2019

COGNOME E NOME

C. D. L.:

ANNO DI CORSO: 1 2 3 ALTRO

MATRICOLA FIRMA FILA 1

ISTRUZIONI

1. SCRIVERE **cognome e nome (in stampatello), numero di matricola e firmare.**
2. SCRIVERE la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 120 min.
7. AMMISSIONE alla prova orale con PUNTI 18.

Quesito	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	TOT
Punti									

(C1) Una variabile casuale X segue la legge di distribuzione $X = a\chi_{10}^2 + b$, dove χ_{10}^2 è una variabile casuale chi-quadro con 10 gradi di libertà. Determinare i valori di a e b sapendo che $P[X < 2] = 0.995$ e $P[X < 1] = 0.95$.

[PUNTI 4]

C1

(C2) L'urna A contiene 3 palline rosse e 2 blu, l'urna B contiene 5 palline rosse e 4 blu e l'urna C contiene 3 palline rosse e 3 blu. Scegliendo a caso un'urna si estrae una pallina blu. Determinare la probabilità che essa provenga dall'urna B .

[PUNTI 4]

C2

(C3) Una variabile casuale X ha densità di probabilità data da

$$f_X(x) = \begin{cases} ax(1 - bx) & x \in (0, 3) \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

determinare i valori di a e b sapendo che $E[X] = 3/2$.

[PUNTI 4]

C3

(C4) Sia (X, Y) una coppia di variabili casuali discrete con la seguente densità di probabilità congiunta:

	X=0	X=1
Y=0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
Y=1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Determinare il valore di $\text{var}[2X - Y]$.

[PUNTI 4]

C4

(C5) Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale estratto da una popolazione i cui elementi si distribuiscono con funzione di densità data da

$$f_X(x) = \begin{cases} \theta x + \frac{1}{2} & x \in (-1, 1) \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Dati i seguenti stimatori di θ :

$$S_n = \frac{3}{2n} \sum_{k=1}^n X_k, \quad T_n = 1 + \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k,$$

determinare, giustificando la risposta, quale dei due stimatori sia corretto.

[PUNTI 4]

C5

(C6) Una scatola contiene biscotti dello stesso tipo ma con diversa forma: 12 sono rotondi e 15 rettangolari. Se si prendono 7 biscotti, qual è la probabilità di averne 4 rotondi?

[PUNTI 4]

C6

(C7) Di tre eventi A, B e C si sa che $P(A \cap B \cap C) = 1/10$, $P(A) = 1/2$ e $P(B|A) = 2/5$. Calcolare $P(C|A \cap B)$.

[PUNTI 4]

C7

(C8) Si vuole misurare la luminosità di una stella. Lo sperimentatore stima che, in una opportuna unità di misura, la deviazione standard è pari a 0.3. Qual è il numero minimo di misure affinché l'intervallo di confidenza bilaterale al 99% per la luminosità media non sia superiore a 0.1?

[PUNTI 4]

C8